



TITLE:

強い衝撃波と境界層との相互作用 の数値シミュレーション(Navier- Stokes方程式の解の動的構造)

AUTHOR(S):

畑上, 到

CITATION:

畑上, 到. 強い衝撃波と境界層との相互作用の数値シミュレーション
(Navier-Stokes方程式の解の動的構造). 数理解析研究所講究録 1989,
677: 149-166

ISSUE DATE:

1989-01

URL:

<http://hdl.handle.net/2433/101019>

RIGHT:

強い衝撃波と境界層との相互作用の数値シミュレーション

東大(工)

畑上 到

1. 序論

従来より衝撃波と他系との干渉問題、例えば衝撃波の固体壁や自由境界面による反射、または衝撃波同士の干渉、さらに衝撃波と膨張波との干渉などについてはかなり詳しく解析的に研究されており正確な解を得ている。しかしながら工学的応用を考えた系など実際には、衝撃波は境界層や渦といったものと干渉(相互作用)することにより、複雑な渦生成、分枝といった現象を引き起こす。例えば、垂直衝撃波は壁より離れた主流部分ではそのまま垂直衝撃波とみなせるが、壁面近くでは衝撃波に伴う急激な圧力上昇のために境界層と干渉し、境界層の厚みが増し、このため斜め衝撃波とその反射波に分かれる、いわゆる分枝が起こる。従って垂直衝撃波は壁付近では入型と呼ばれる衝撃波が形成されることになる。管内では(二次元的には)上壁と下壁で分枝が起こるが、さらに干渉が強くなると分岐点は中央部に移り、一つとなって衝撃波は入型からX型と呼ばれるものになる。一方、もう一つの興味ある現象として干渉が著しくなった時、衝撃波の下流に第二、第三の衝撃波が現れることがある。これらの衝撃波は一連の波で一つの衝撃波と同等の役割を果たしており、擬似衝撃波と呼ばれる。これら垂直衝撃波と境界層との相互作用によって起こる分枝、擬似衝撃波等の現象は工学的には風洞の設計、操作面、高速遠心圧縮機の設計等を取り扱う上で非常に重要となるものである。さて、これらの現象は実験的にはシュリーレン写真や壁や流れ中の圧力測定等を通して研究されている^{(1)~(4)}他、Crocco等によるショックレスモデル等⁽⁵⁾の理論的な研究もなされている。近年の大型計算機の発達と優れたスキームの開発により数値的なアプローチも進んでおり、いくつかの研究^{(6)~(7)}も発表されている。さて、ここではまずこの分枝と擬似衝撃波が動的にどのように生成されるかをまず管内流をモデルとして非定常Navier-Stokes方程式を数値的に解くことによってもとめることを試みる。さらにこれらの分枝や擬似衝撃波生成に影響すると思われるいくつかのパラメータ(上流マッハ数、上

流境界層の厚さ、レイノルズ数)についてその効果を計算する。又、ロケット型物体周りの流れをモデルとして外部流の立場から衝撃波/境界層あるいは渦の相互作用についてその非定常性を計算する。さらに三次元計算によりそれらの三次元的構造について議論したい。

2. 計算方法

2-1) Explicit部

基礎方程式として圧縮性 Navier-Stokes 方程式を解く上で、近年風上型もしくは TVD (Total Variation Diminishing) スキーム^{(8)~(12)}といった shock-capturing method が提案されている。これは「考えている差分スキームが保存則と Consistent であって同時にエントロピー条件を満たす時、離散化された数値解析が TV-安定であればこのスキームは収束し、その極限は双曲型偏微分方程式の弱解に一意的になりエントロピー条件を満たす」という定理^{(11)~(12)}による。従って、TV-安定となる TVD 条件を満たすようにスキームを構築すればよい。双曲型保存系偏微分方程式の初期値問題である対流項については Harten⁽¹¹⁾ が提案した方法で計算を行うことにする。又、粘性項については空間二次精度の中心差分を適用した。又、時間発展については二次精度である MacCormack 陽スキーム (予測子-修正子スキーム)⁽¹³⁾ と一次精度である陰スキーム (LU-ADI (後述)) を採用したが、数例について計算を行った結果大きな差異はなかったので効率的な陰スキームで計算を行った。

2-2) Implicit部

ここで計算するように境界層を取り扱う場合、格子間の幅は極めて小さく取らねばならず、又格子点数も多くなる。さらに三次元計算を行うとするとさらにその計算効率をあげることが要求される。計算効率を上げることは次の二点により改善される。第一に陽解法では安定性が悪いため CFL 条件を満たすように時間発展の刻みを決定しないといけないが、陰解法ではそれに比べて時間刻みを大きくとれるため陰解法を採用すればよい。第二に陰解法は一ステップ当りは陽解法の数倍の計算時間を要するので陰解法といってもできるだけ一ステップ当りの計算時間の小さいスキームを選ぶことである。これらの要請からここでは LU-ADI^{(14)~(15)}法を採用した。

3. 計算条件

3-1) 管内流計算

管内流計算は二次元計算については次の四つの場合について行った。

計算a) 管の入口より風を吹き込ませることにより衝撃波を発生させ、その垂直衝撃波と境界層との相互作用の様子をみた。

計算b) 静止した垂直衝撃波を管内に初期条件として与え、境界層との相互作用の様子をみた。

計算c) 衝撃波管の場合のように伝播する衝撃波を条件として与え、出口を閉鎖しておいて、反射した衝撃波と境界層の相互作用をみた。

計算d) 計算c)と同様にして与えた衝撃波を長距離伝播させながらその移動している衝撃波と境界層との相互作用をみた。

さらに三次元計算については二次元計算の計算b)と同じ条件で計算を行った。

図1にここで用いた計算格子を示す。 a)は二次元計算全般で用いたもので格子点数は 350×77 、b)は管径方向に二倍の格子点数をとり格子点数の違いにより計算結果の違いをみるために用いたもので 350×153 である。 さらに三次元計算ではc)に示すように $75 \times 49 \times 49$ である。 格子生成は代数的に行い、壁際の最小格子間隔は $0.1/\sqrt{\text{Re}}$ 以下にとってある。 速度は音速で規格化しており単位長は管径にとってある。 境界条件については壁では速度についてはnon-slip条件、密度 ρ に関しては一点内側の点の値を採用した。 エネルギー e に関しては壁面上のnormal-momentumの式よりもとめた。 入口と出口については次の通りである。

計算a) 入口は一様流がつねに固定して流入する。 出口は一点内側の点の物理量と同じ値をもつ。

計算b, d) 入口、出口ともに物理量は一点内側の値と同じ値。

計算c) 入口は一点内側の物理量と同じ値を採用し、右側は速度は0、他の物理量は一点内側と同じ値とした。

3-2) ロケット型物体周り計算

図2に計算格子を示す。 a)は二次元計算で使用したもので 300×99 、b)は三次元計算で使用したもので $75 \times 13 \times 25$ である。 三次元計算では対称面領域を二つに分け片側のみ計算した。 格子生成は代数的に行い、物体表面近傍での最小格子間隔は $0.1/\sqrt{\text{Re}}$ 以下にとってある。 速度は音速で規格化し単位長はロケットの

直径にとった。境界条件については物体表面では密度 ρ に関しては一点外側と同じ値を採用した。又、速度はnon-slip条件をエネルギー e に関しては物体面上のnormal-momentumの式よりもとめた。0-型グリッドを採用しており、外側境界は一点内側と同じ値をとった。三次元計算では計算領域を二つに分割して一方のみを計算するようにしたが一ポイントずつ対称面の外側に格子をとり計算した。又、軸については各近傍点の外挿値の平均値で物理量を定めた。

4. 計算結果

4-1) 管内流計算

4-1-1) 二次元計算

計算a) マッハ数(M)が2でレイノルズ数(Re)が 10^5 の場合

図3-(a)に計算の概略を示し、図3-(b)～(f)に各無次元時間での等密度線図を示す。又、図3-(g)は(f)と同時刻の等圧力線図である。時間は(b)から(f)へむかってすすんでいる。これらから衝撃波と境界層との相互作用による動的な様子がわかる。まず、強い衝撃波が入口付近に生成するがこれは初めは垂直衝撃波である。それから壁際の境界層と垂直衝撃波が相互作用することによって上壁及び下壁付近で衝撃波の分枝が起こり、垂直衝撃波から入型に変わる。(図3-(b)) 相互作用がより強くなると衝撃波の形はX型になり前枝衝撃波から境界層が大きく成長し後枝衝撃波は明瞭でなくなっている。(図3-(c)) さらに相互作用が進むと第一X型衝撃波の後ろに次の第二衝撃波が両壁から中心部に向かって生成してくることが示される。(図3-(d)) 第二衝撃波もまた初めは垂直衝撃波であるが第一衝撃波の場合と同じ過程で入型そしてX型へ移行していく。(図3-(e)) さらに時間が進むと第二X型衝撃波の後ろに第三衝撃波が生成し成長する。(図3-(f)) 実験データからの報告ではこの様にしてできた擬似衝撃波の数は強く相互作用した場合では約10個にもなるとされている。計算はここで一応終わっているが、継続して計算すればさらに第四またそれ以上の衝撃波が生成すると思われる。図4は速度分布を示したものであり、比較のため同時に等密度線も示してある。これからわかるように前枝衝撃波によって主流は流れの方向を変えられ、同時に境界層の剥離が起こっている。前枝衝撃波と後枝衝撃波の間には剥離に伴う渦(逆流)領域ができており、流体がそこに溜っていくように見える。後枝

衝撃波によって流れはまた壁の方向に向かって変えられ加速されている。そこで第二衝撃波が生成する。図5は擬似衝撃波のシュリーレン写真である。計算結果はこれとよい一致をしていることがわかる。図6は壁上と管内流れ内部での圧力を計算と実験で比較したものである。それぞれの圧力値は最大値と最小値の間で規格化してある。圧力は第一衝撃波からしだいに上昇していることがわかる。又、圧力の振動が壁際より管中央部で激しいことがわかる。これらの特徴は擬似衝撃波の特性として重要なものであるが定性的には実験と一致している。

実験結果と比較すると壁際では比較的大きな圧力の振動が計算では現れているが、これは相互作用が強くすぎたためと思われる。

計算b) マッハ数(M)が2及び3、レイノルズ数(Re)が 10^5 及び 10^7 の場合

図7-(a)にこの計算の概念図を示す。図7-(b)は($M=2$, $Re=10^5$, 格子点数=350x77)の場合の等密度線図である。時間が進み衝撃波/境界層相互作用が進むにつれて入射垂直衝撃波は λ 型、X型と形を変え、計算a)の場合と同様にX型の擬似衝撃波となる。図7-(c)は壁上での圧力分布である。この場合でも圧力が第一衝撃波からしだいに下流方向に増加していることがわかる。

上流マッハ数違いによる衝撃波/境界層相互作用の差異

図8は($M=3$, $Re=10^5$, 格子点数=350x77)の場合の等密度線図である。マッハ数が2の場合(図7-(b))と比べると2の場合は擬似衝撃波の構造が明瞭で周期的であるのに対し、マッハ数が3の場合では境界層の剥離が激しく、その中で複雑な相互作用がさらにおこり、いくつもの衝撃波が二次的に生成している構造がわかるが、これは全体系の擬似衝撃波としては周期的ではなくなっていることがわかる。

図9はマッハ数の異なる場合の擬似衝撃波の構造をシュリーレン写真で比較したものである。上流マッハ数のより高い場合の方が擬似衝撃波の構造は明瞭ではなくなることがわかるが、この点では計算結果と一致する。(図7-(b)及び図8)

格子点数の影響の比較

図10は($M=3$, $Re=10^5$, 格子点数=350x153)の場合の等密度線図である。管径方向に格子点数を二倍とったものであるが、図8と比較するとほとんど同じ結果であり格子点数に対する影響は図1-(a)程度にとっておけばよいと思われる。

レイノルズ数の違いによる衝撃波/境界層相互作用の差異

図11はマッハ数が3の場合でのレイノルズ数が 10^5 と 10^7 の場合の計算結果の比較

である。この結果からははっきりとした違いは見いだせなかった。この理由としておそらく相互作用が強くてすぎて 10^7 の場合でもまだ強すぎるためであろうと思われる。

乱流モデルの有無の差

図12はマッハ数が3でレイノルズ数が 10^5 の場合の乱流モデルを入れた場合と入れない場合との計算結果の比較である。ほとんど大きな差は見られなかった。

計算c) 反射衝撃波の場合 (レイノルズ数(Re)が 10^5)

反射衝撃波に対する上流マッハ数は約2である。図13は等密度線図である。伝播する垂直衝撃波は(図13-(a))右側の閉鎖された壁で反射し、逆方向に伝播し境界層との相互作用が強くなり起こる。(図13-(b)) この場合も反射垂直衝撃波は相互作用によって分枝がおり入型、X型と変わる。(図13-(c), (d), (e)) 図14は反射衝撃波と境界層の相互作用によりできた分枝のシュリーレン写真である。この場合も計算結果と非常によい一致を示している。この計算モデルの場合、伝播してきた入射衝撃波によって境界層が発達しており従って反射衝撃波に対する上流境界層厚さは厚くなっている。分枝がおこる時間を見ても早くから起こりさらにX型に移行していく時間も短く、相互作用が強くなっていることがわかる。

計算d) 伝播する衝撃波の場合 (レイノルズ数(Re)が 10^5)

上流境界層厚さと相互作用の強さについて

図15は等密度線図である。この計算では衝撃波に対する上流マッハ数は2.6である。計算b)及び計算c)と比較するとこの計算では上流(この場合は衝撃波の伝播する前方を上流ということにする)では全く流体の移動がなく境界層が発達していない。従って、図15にみられるように分枝がおこる時間も遅くその後の発達も遅れるが一旦分枝が起こるとX型に移行し第一衝撃波の後ろに第二衝撃波が生成することがわかる。

上流マッハ数と相互作用の強さについて

計算d)では上流マッハ数をいくつかかえて計算したがマッハ数が2.4以下では分枝が起こらなかった。マッハ数が2.6より大きくなればなるほど分枝が起こるまでの時間が早くなることがわかった。

4-1-2) 三次元計算) マッハ数(M)が3、レイノルズ数(Re)が 10^5

図16に図中に示す水平面での等密度線を示す。中央水平面での図（図16-(b)）と二次元系での計算結果（図8）と比較するとほとんど差はなく中心面ではその三次元性はあまりみられなかった。図17は図中に示した各断面での速度ベクトルと等密度線図である。前枝衝撃波によって流れは管の中央部へ方向を変えられ、後枝衝撃波によって再び壁方向にもどされることが示されている。図18は図17の各断面の瞬間流線を示す図である。衝撃波と境界層との相互作用によってできた二次流れによる渦がかなり複雑に生成することがわかるがこの二次流れは衝撃波の上流と下流で異なることがわかる。前枝衝撃波により管の中央部に向かう時は側壁に沿って二次流れが起こり、そのため渦も側壁沿いに複数個生成するが、前枝衝撃波の下流から後枝衝撃波にかけて壁に方向が変えられる時には対角線に沿って二次流れが比較的強くなる。

4-2) ロケット型物体周り計算

4-2-1) 二次元計算

レイノルズ数変化に対する相互作用の違い

図18にレイノルズ数違いに対する衝撃波／境界層相互作用の違いを同一無次元時間で比較したものを等密度線図で示す。衝撃波／境界層相互作用はレイノルズ数が小さいほど大きく、分枝の程度もレイノルズ数が小さいほど大きいことがわかる。又、渦と衝撃波の強さとのバランスによって衝撃波の位置、非定常的な変化が異なりレイノルズ数が 10^7 となると非常に渦／衝撃波相互作用が弱いことがわかる。

レイノルズ数変化に対する後流の構造の違い

図19にレイノルズ数違いに対するロケット型物体後流の違いを同一無次元時間で比較したものを等マッハ線図で示す。これからわかるようにほとんどレイノルズ数に対して後流の構造は依存せず、カルマン渦的な構造をとることがわかる。

レイノルズ数(Re) 10^7 、マッハ数(M)0.8、迎角(α) 0° の計算

図20は迎角が 0° の時の衝撃波が静止している部分を拡大して示したものである。衝撃波と境界層が相互作用することによってできた渦が衝撃波と相互作用して後方へ流れていく様子がわかる。この時も衝撃波はほとんど影響を受けないが前後に幾分振動していることがわかる。図21はここで計算したロケット型物体に近い形をした同じくロケット型物体の上面全部での衝撃波の振動をシュリーレン

写真で写したものである。⁽¹⁶⁾ 計算結果が衝撃波の振動をよく再現していることがわかる。従って、衝撃波が振動する理由の一つとして境界層との相互作用によって生成した渦と相互作用するためではないかと思われる。

4-2-2) 三次元計算 (レイノルズ数 10^6 、マッハ数0.8、迎角 12°)

図22は等密度線図である。物体上部には弱い衝撃波ができ下面にはほとんどないことがわかる。後流の構造は一对の渦管ができていることがわかる。

5. まとめ

圧縮性流体のもつ性質としての衝撃波が境界層や渦とどのような相互作用をするか、そしてそれらを支配しているパラメータは何かということについて、衝撃波を鋭く捕らえるというアプローチから計算してみた。その結果、管内流での衝撃波と境界層との相互作用の動的な構造が捕らえることができた。又、上流マッハ数や上流境界層の厚さといった相互作用を支配するパラメータについてその効果を明らかにすることができた。しかしながら内部流の計算では、相互作用が強くてレイノルズ数に対する依存性はうまく得られなかった。

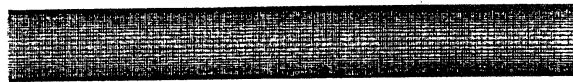
外部流であるロケット形物体周り流れの計算では、衝撃波と境界層の相互作用に対するレイノルズ数依存性は明確に得られ、また渦との相互作用の構造も明らかに示された。衝撃波と境界層そしてそれによって誘起された渦との相互作用を考えることによって衝撃波が振動するのではないかということが考えられるが、さらにいろいろな系で確かめる必要がある。

内部流においても外部流においても三次元計算を行い、その三次元的構造と二次元系との違いを明らかにした。内部流においては分枝した衝撃波によって流れの方向が変えられるが、前肢衝撃波によるものとその下流、後肢衝撃波によるものとはその二次流れの構造が異なり、それによってできる複数の渦の生成する位置も異なることが示された。又、ロケット形周りの流れの三次元計算によって三次元系では物理変化の時間スケールが遅く、衝撃波も弱く、さらに後流の構造も二次元系とは大きく異なりおとなしいものであることが示された。

6. 参考文献

- 1) Neumann, E. P. and Lustwerk, F., J. Appl. Mech., 195, 16-2 (1949-6)

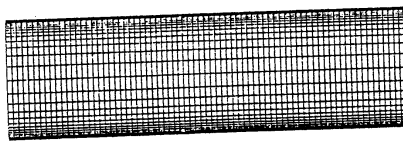
- 2) Tamaki, S., Tomita, Y. and Yamane, R., Transactions of the Japan Soc. of Mech. Eng. B., 1028, 35-273 (1969)
- 3) Tamaki, S., Tomita, Y. and Yamane, R., Transactions of the Japan Soc. of Mech. Eng. B., 2056, 36-292 (1970)
- 4) Namai, T., Matsuo, k. and Nagai, M., Transactions of the Japan Soc. of Mech. Eng. B., 3054, 39-326 (1973)
- 5) Crocco, L., Fundamentals of Gas Dynamics, Sec. B., 124, Princeton (1958)
- 6) Obayashi, S., Kubota, H. and Kuwahara, K., AIAA paper 85-0283
- 7) Shida, Y. and Kuwahara, K., AIAA paper 87-1425
- 8) Roe, P.L., J. Comp. Phys., 357, 43 (1981)
- 9) Chakravarthy, S.R. and Osher, S., J. Comp. Phys., 327, 57 (1985)
- 10) Sweby, P. K., SIAM J. Num. Anal 995, Vol. 21 (1984)
- 11) Harten, A., SIAM J. Num. Anal, 1, Vol. 21 (1984)
- 12) Harten, A., J. Comp. Phys., 357, 49 (1983)
- 13) MacCormack, R.W., AIAA paper 69-354 (1969)
- 14) Pulliam, T.H. and Steger, J.L., AIAA paper 85-0360
- 15) Obayashi, S. and Kuwahara, K., AIAA paper 84-1670
- 16) Fujii, K. and Obayashi, S., AIAA paper 86-1831
- 17) Minakuti, H, et al, 19th Meeting of Fluid Dynamics, 244, Nov. 1987



(a)

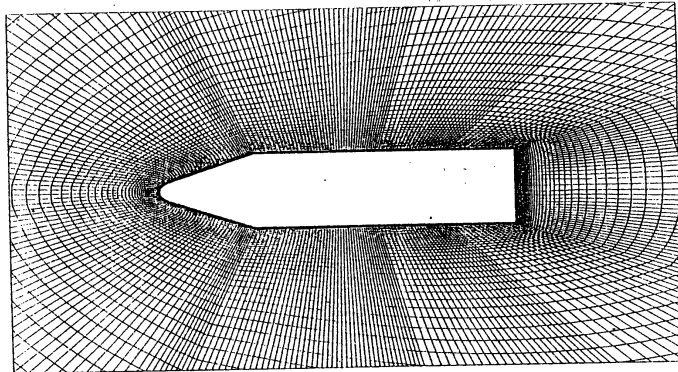


(b)

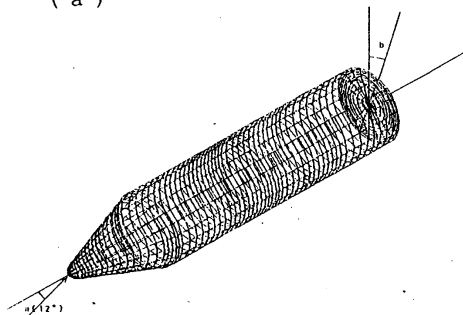


(c)

Fig.1 Grid system in a duct.



(a)



(b)

Fig2. Grid system

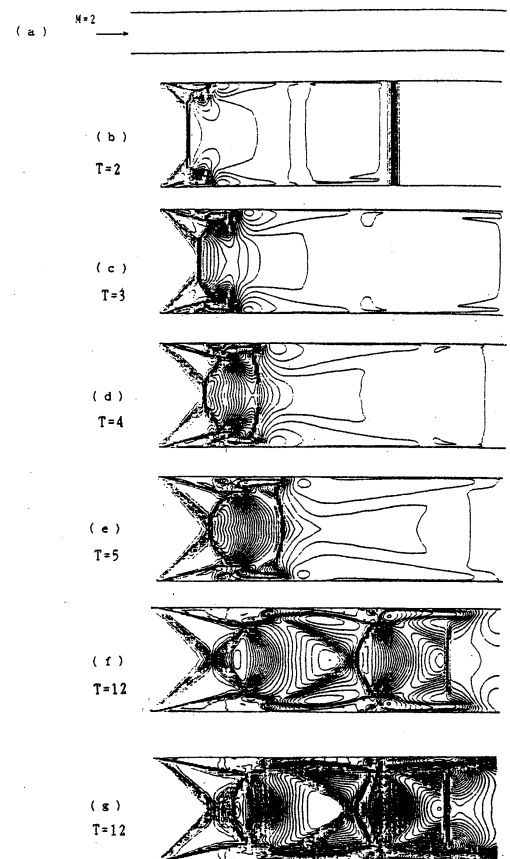


Fig.3 Density contour plots((b)~(f)) and pressure contour plot:
 $M=2$, $Re=10^4$, without turbulence model.
 Times are nondimensional ones.

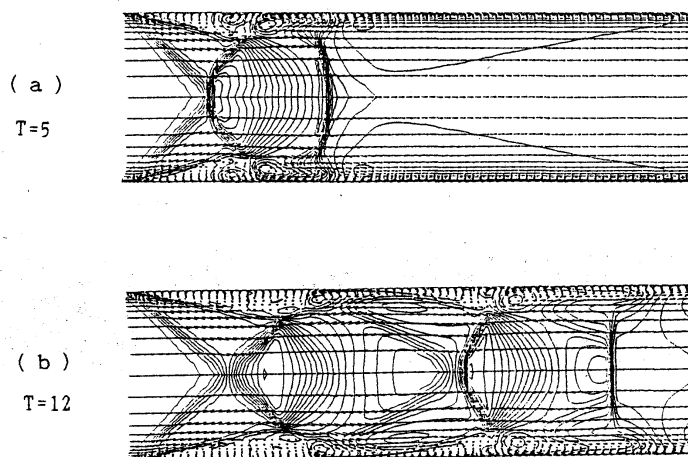


Fig.4 Velocity distribution at $M=2$, $Re=10^5$, without turbulence model.

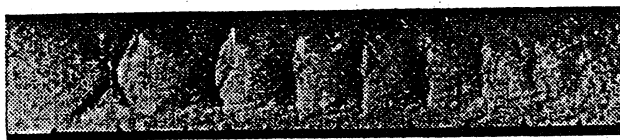


Fig.5 Schlieren photograph by Tamaki et. al.

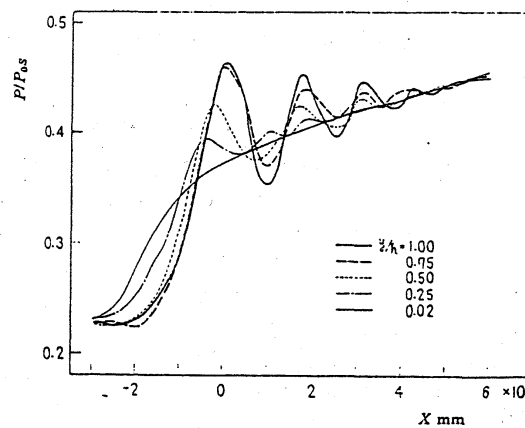
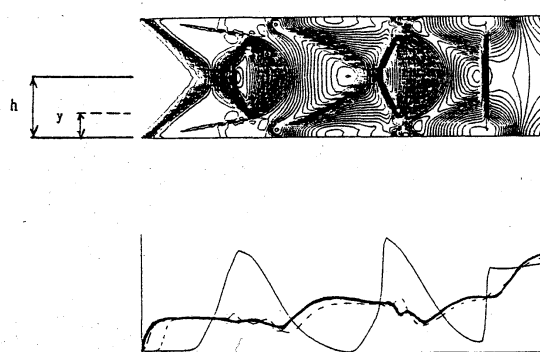


Fig.6 Comparison of computed wall and instream pressure fluctuation with experimentally measured ones by Tamaki et. al. T=12

——— $y/h=1.0$
 - - - - - 0.5
 0.25
 - . - . - 0 (on the wall)

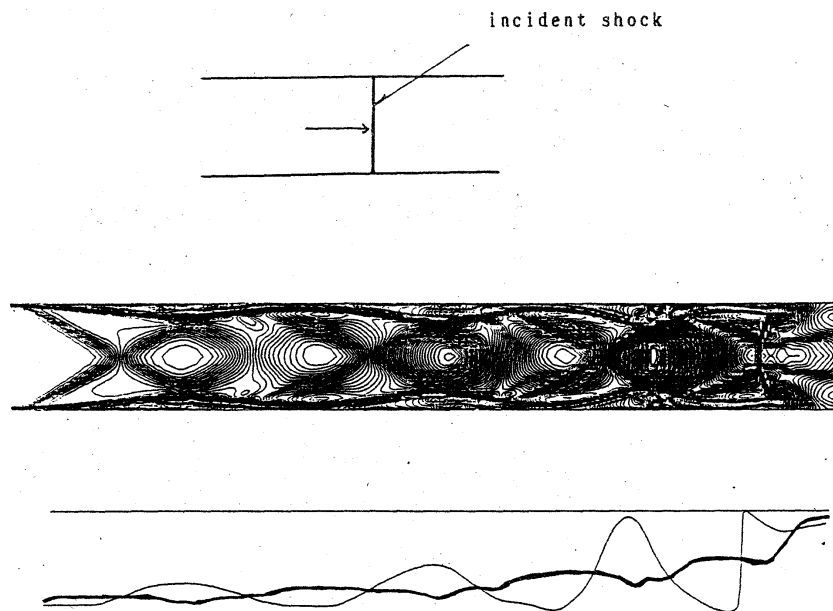


Fig.7 Density contour plots at $M=2$, $Re=10^5$, without turbulence model and pressure fluctuation.

— $y/h=1.0$
 — 0 (on the wall)

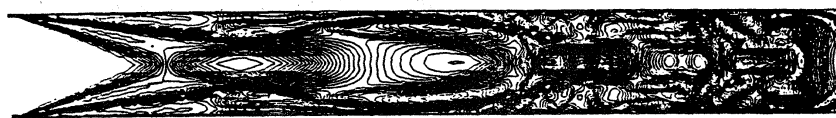
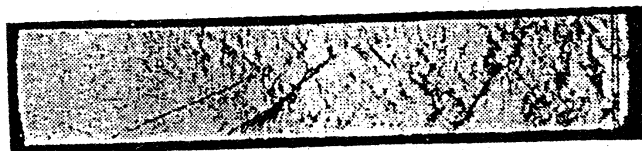


Fig.8 Density contour plots at $M=3$, $Re=10^5$, without turbulence model.



(a)



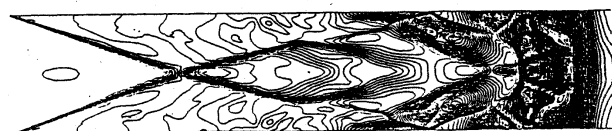
(b)

Fig.9 Schlieren photograph by Namai et. al.

(a) $M=2.15$ (b) $M=2.68$



(a)



(b)

Fig.10 Density contour plots at $M=3$, $Re=10^5$, without turbulence model.

(a) grid point=350x77 (same calculation as Fig.7)
 (b) grid point=350x153



Fig. 11 Density contour plots at
(a) $M=3$, $Re=10^5$ (b) $M=3$, $Re=10^7$

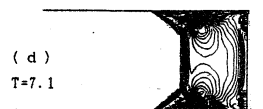
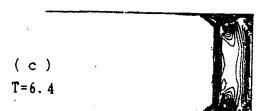
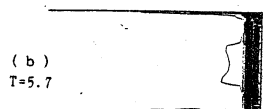


Fig. 13 Density contour plots (a) incident shock,
(b)-(e) reflected shock



Fig. 14 Schlieren photograph of reflected
shock/boundary interaction.



Fig. 12 Density contour plots (a) without turbulence
model (b) with turbulence model at $M=3$, $Re=10^5$.

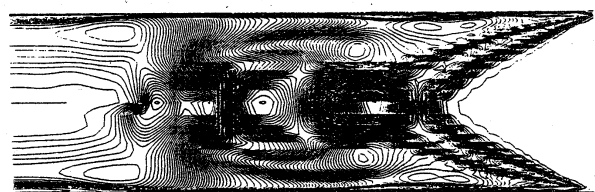
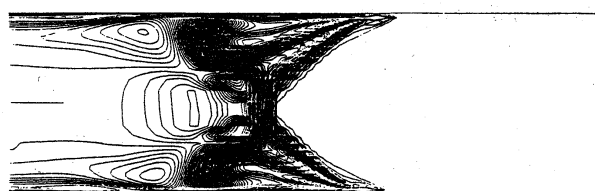


Fig. 15 Density contour plots of propagating shock case.

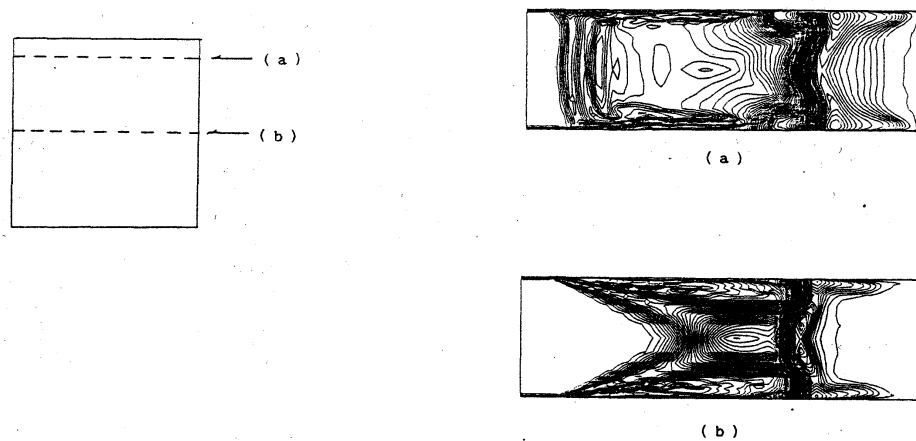


Fig.16 Density contour plots of three-dimensional case.

(b) central plane.

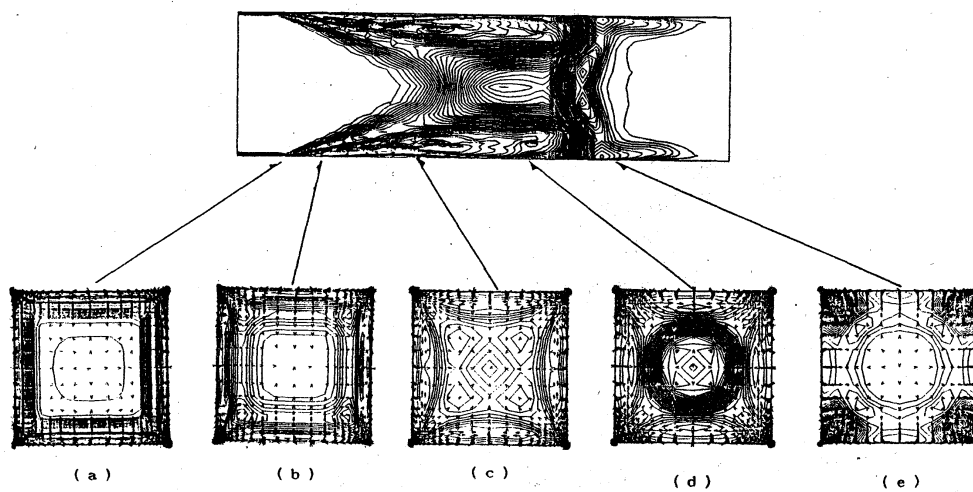


Fig.17 Density contour plots and velocity distribution of cross-sectional plane.

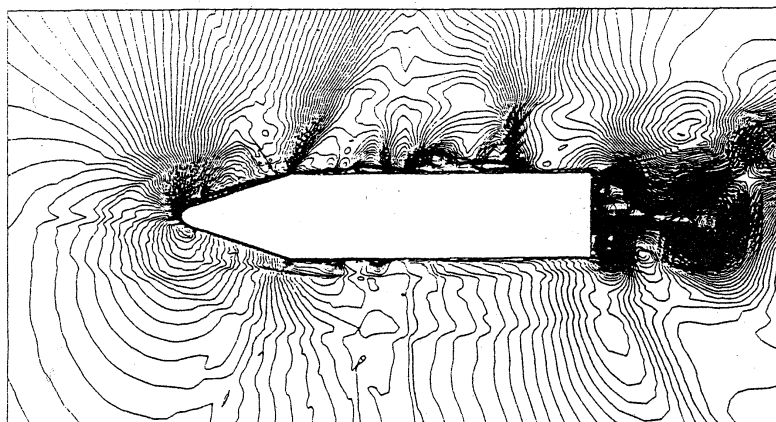
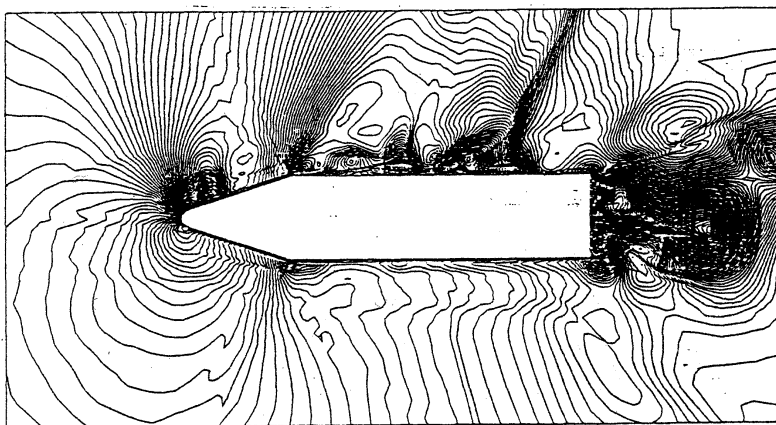
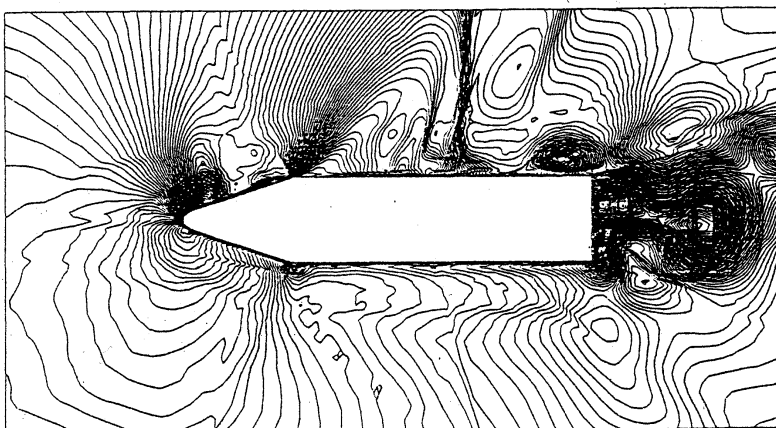

 $\text{Re}=5 \times 10^5$

 $\text{Re}=10^6$

 $\text{Re}=10^7$

Fig.18 Comparison of density contour plots for $M=0.8$, $a=12.0$.

($T=20.0$)

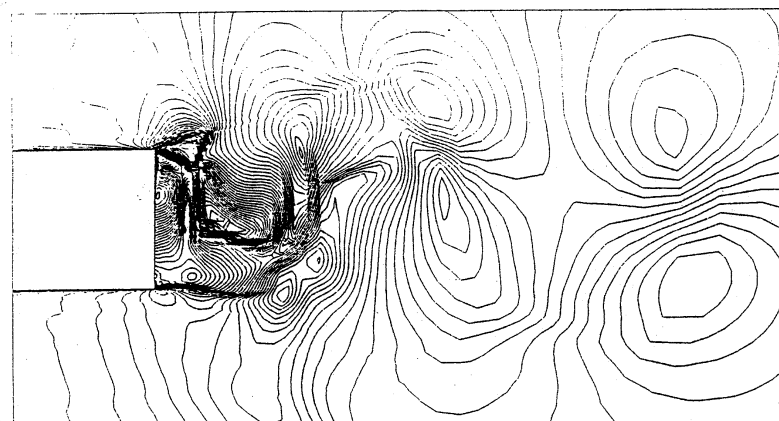
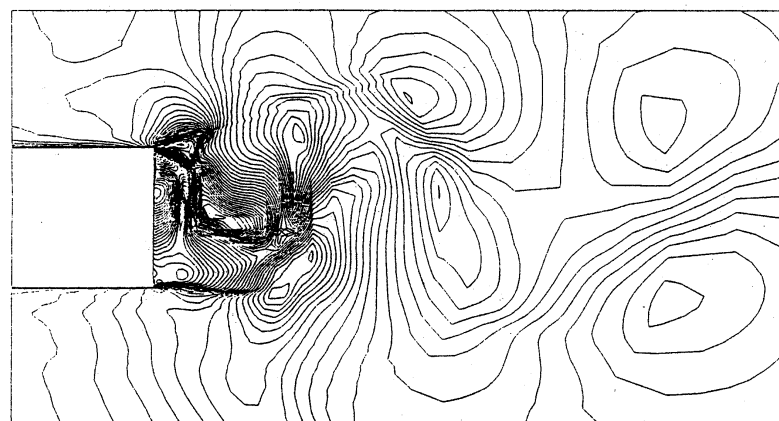
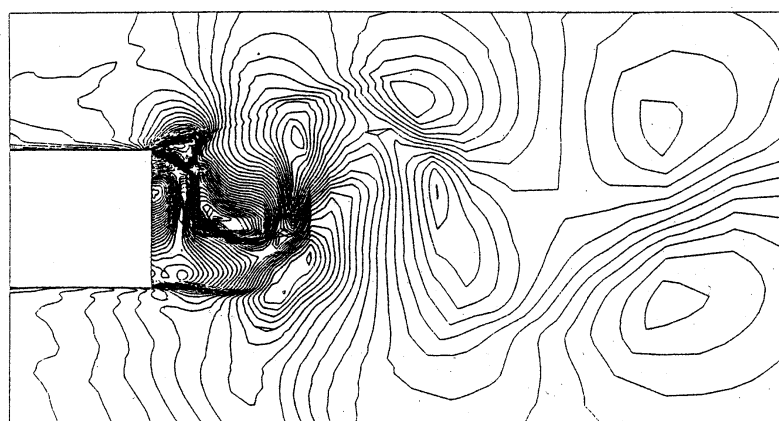
 $Re=5 \times 10^5$  $Re=10^6$  $Re=10^7$

Fig. 19 Comparison of Mach contour plots after the body for
 $M=0.8$, $a=12.0$. (T=11.4)

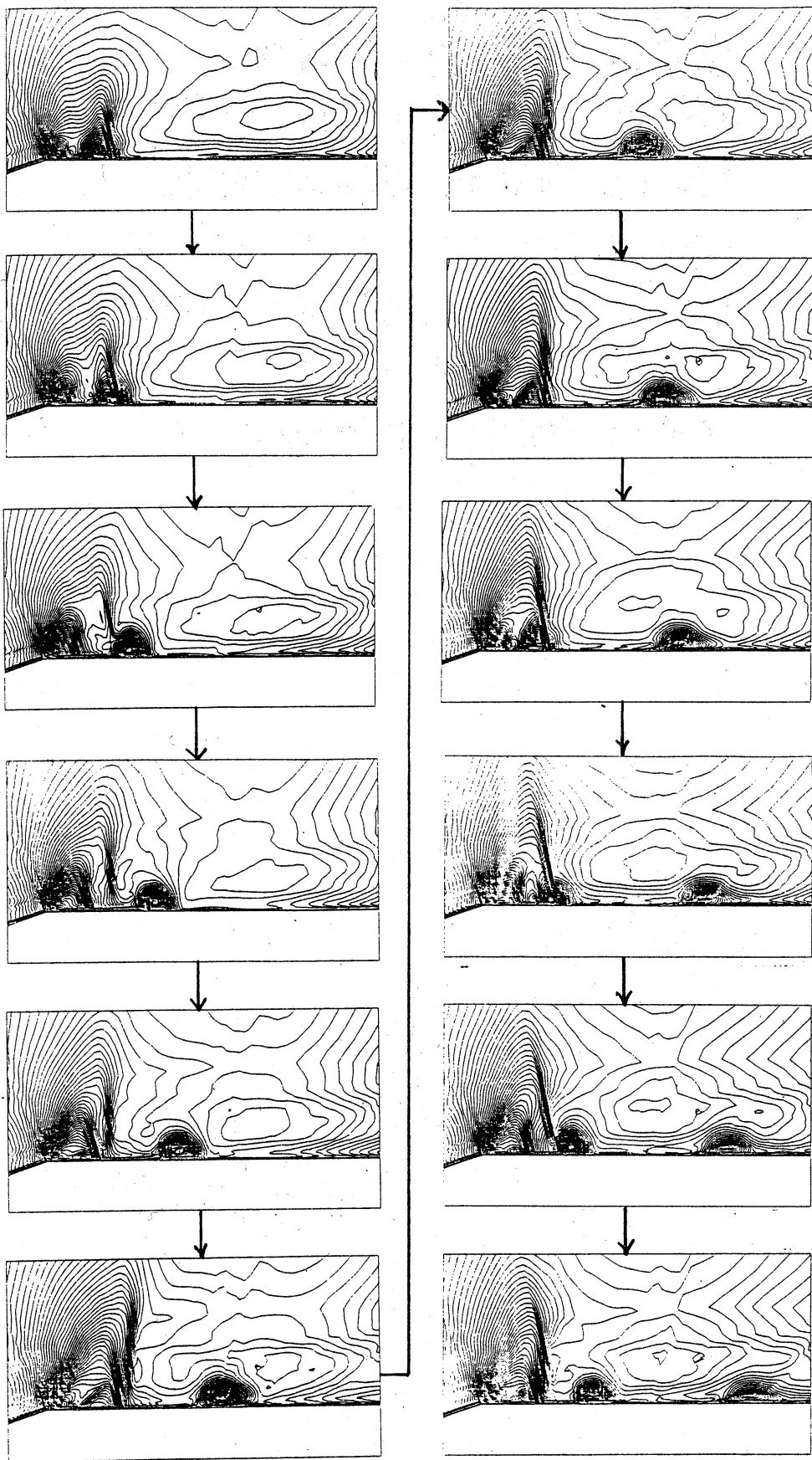


Fig. 20 Density contour plots for $Re=10^7$, $M=0.8$, $a=0.0$.

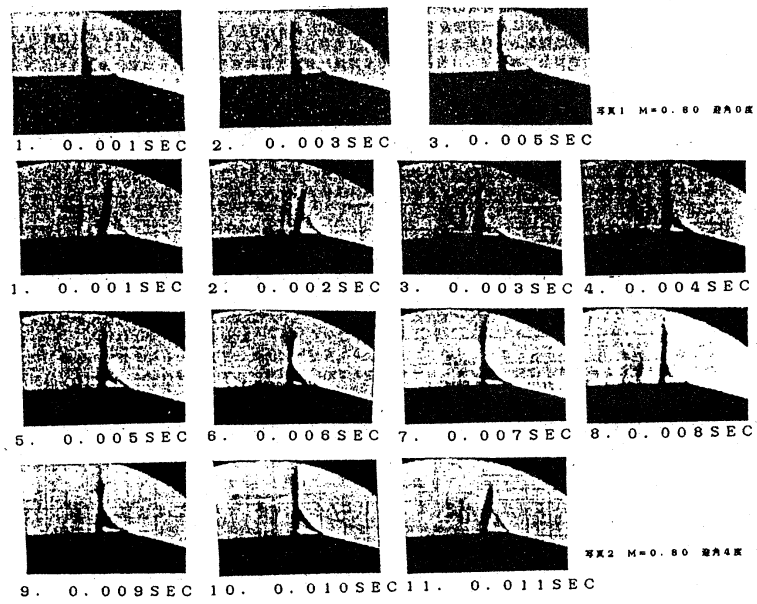
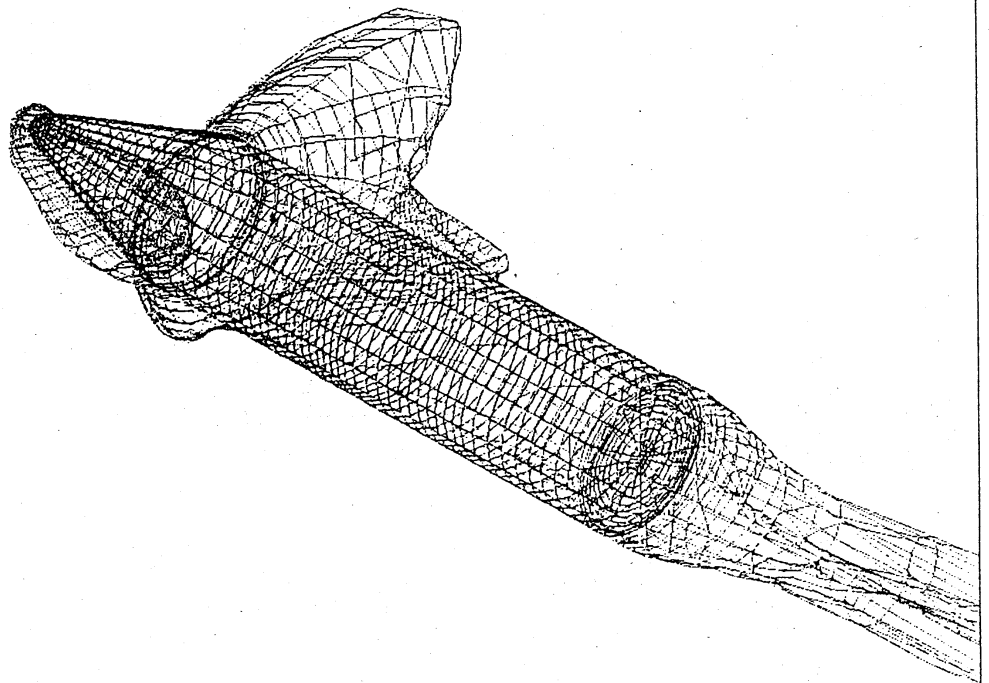


Fig.21 Schlieren photograph

Fig.22 Density contour plots for $Re=10^6$, $M=0.8$, $a=12.0$, $T=25.8$.